2.【研究計画】※適宜概念図を用いるなどして、わかりやすく記入してください。なお、本項目は１頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

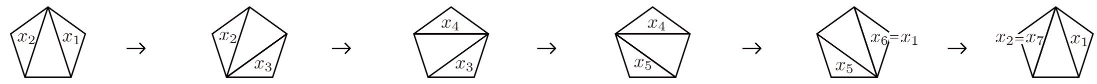
(1) 研究の位置づけ

特別研究員として取り組む研究の位置づけについて、当該分野の状況や課題等の背景、並びに本研究計画の着想に至った経緯も含めて記入してください。

申請者の研究対象は**団代数** (クラスター代数) である．団代数とは，[FZ02] によって 2000 年代初頭に導入された**団変数**と呼ばれる生成元で生成される可換代数のクラスを指す．

（団代数の例）5 角形から構成される A_2 型と呼ばれる例を与える．正 5 角形の 3 角形分割を任意に 1 つ与え，その対角線に対応する変数 x_1, x_2 を与える．この 3 角形分割を，下図のように順番に対角線を異なる対角線に移すことによって変化させることを考える．それぞれの対角線に対応する変数を，$x_{i+2} = \frac{x_{i+1}+1}{x_i}$ で与える．これは,「同一円周上の四角形の対辺同士の積の和と対角線の積は一致する」という事実から導出される等式となる．この例の変数の組は 5 回変換を行うと（順番が反転した状態で）元に戻ってくる．

時刻	0	1	2	3	4	5



団	(x_1, x_2)	$(\frac{x_2+1}{x_1}, x_2)$	$(\frac{x_2+1}{x_1}, \frac{x_1+x_2+1}{x_1x_2})$	$(\frac{x_1+1}{x_2}, \frac{x_1+x_2+1}{x_1x_2})$	$(\frac{x_1+1}{x_2}, x_1)$	(x_2, x_1)

2 つの変数の組を**団**といい，団の各成分を**団変数**と呼ぶ．団から隣の団に移る変換のことを**変異**と呼ぶ（上図参照）．団変数により生成される $\mathbb{Z}$ 代数 $\mathcal{A} = \mathbb{Z}[x_1,\ x_2,\ \frac{x_2+1}{x_1}, \frac{x_2+x_1+1}{x_1x_2}, \frac{x_1+1}{x_2}]$ を**団代数**と呼ぶ．

（団代数理論研究の目標）団代数理論の研究においては以下のような大きな目標が存在する：

> **目標．**様々な数学的対象の中に団と変異が引き起こす構造と同様のものを見つけ，それを用いて様々な課題を組み合わせ論的な問題に落とし込み解決する．

現在は多元環の表現論，双曲幾何，完全 WKB 解析，ゲージ理論などにおいて団代数と同様の構造を持つ対象が存在することが知られている．ここでは，特に多元環の表現論との対応について述べる．

（多元環の表現論と団代数）多元環の表現論とは，道代数などの有限次元代数上の加群圏や導来圏の構造を調べる分野である．この理論においては，Auslander-Reiten 移動と呼ばれる加群の変換 τ が重要な役割を担う．Λ を団代数 $\mathcal{A}$ の情報から定まる，体上の有限次元代数とする．Λ における **τ リジッドペア**とは，$\mathsf{Hom}_\Lambda(M, \tau M) = 0$ を満たす Λ 加群 M（**τ リジッド加群**と呼ぶ）と射影 Λ 加群 P で，$\mathsf{Hom}_\Lambda(P, M) = 0$ を満たすペアのことである．τ リジッドペア (M, P) は極大であるとき **τ 傾ペア**とよび，$M \oplus P$ が直既約加群であるとき**直既約**であるという．このとき，次の全単射が存在する：

$$\begin{array}{ccccc}
\boxed{\Lambda\ \text{のねじれ類}} & \xleftrightarrow{1:1} & \boxed{\Lambda\ \text{の}\ \tau\ \text{傾ペア}} & \xleftrightarrow{1:1} & \boxed{\mathcal{A}\ \text{の団}} \\
 & & \cup & & \cup \\
 & & \boxed{\text{直既約直和因子}} & \xleftrightarrow{1:1} & \boxed{\text{団変数}}
\end{array}$$

ねじれ類とはねじれアーベル群を抽象化した加群圏の部分圏のことであり，τ 傾ペアはねじれ類と上記のような良い対応を持っている．さらに，右側の全単射は団代数理論と多元環の表現論を結ぶものであり，これを介して多元環の表現論の問題を団代数の問題に帰着させることができる．

（団変数に付随する行列族）団代数研究の目標を踏まえ，[FZ03, FZ07] や申請者の研究（p.8, 研究成果 1.）によって団代数のより広汎な応用を与えるために団代数に付随する行列族が考案されている．1 つの団に含まれる団変数の数（**ランク**と呼ぶ）が n であるとき，各団に対して C, G, F, D **行列**と呼ばれる 4 つの $n \times n$ 行列が定義される（A_2 型のランクは 2）．各行列の列ベクトルを，それぞれ c, g, f, d ベクトルと呼ぶ．詳細な定義は省略するが，例として上記の団代数における時刻 $t = 4$ の団に対する 4 つの行列を挙げる．

$$\mathbf{x}_t = \left(\frac{x_1+1}{x_2}, x_1\right) \Longrightarrow C_t = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix},\ G_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},\ F_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\ D_t = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

これらの行列・ベクトルは団代数の性質に深く関わる不変量となっており，それにより団代数の性質を行列積，行列式，転置といった行列特有の操作を用いて調べることができる．

参考文献

[FZ02] S. Fomin and A. Zelevinsky, J. Amer. Math. Soc. **15** (2002), 497–529.
[FZ03] ________, Invent. Math. **154** (2003), 63–121.
[FZ07] ________, Comp. Math. **143** (2007), 112–164.

２.【研究計画】（続き）※適宜概念図を用いるなどして、わかりやすく記入してください。なお、各事項の字数制限はありませんが、全体で２頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

(2) 研究目的・内容等

① 特別研究員として取り組む研究計画における研究目的、研究方法、研究内容について記入してください。
② どのような計画で、何を、どこまで明らかにしようとするのか、具体的に記入してください。
③ 研究の特色・独創的な点（先行研究等との比較、本研究の完成時に予想されるインパクト、将来の見通し等）にも触れて記入してください。
④ 共同研究の場合には、申請者が担当する部分を明らかにしてください。
⑤ 研究計画の期間中に受入研究機関と異なる研究機関（外国の研究機関等を含む。）において研究に従事することも計画している場合は具体的に記入してください。

本研究の目的は，**団代数の他分野への新たな応用を発見すること**，および**団代数自体の新たな性質を発見すること**である．これを達成するために，このプロジェクトでは以下の 3 つの研究を中心に行う．

1. 多元環の表現論と団代数の関係性の研究： 本研究においてはまず以下の課題に取り組む．

課題．Bongartz 補完の類似概念を団代数に導入し，団代数のさらなる性質を解明する．

Bongartz 補完とは，多元環の表現論において代数 Λ の τ リジッドペア (N,Q) が任意に与えられたとき，(N,Q) を各成分の直和因子として持つ特別な τ 傾ペア (M,P) のことを指す．より正確には，Λ の τ 傾ペア全体には付随するねじれ類の包含関係によって半順序を導入できることが知られているが，その半順序関係において (N,Q) を含むものの中で最大のもの (M,P) が存在し，これを (N,Q) の Bongartz 補完という．この概念の団代数版は，「団の部分集合をなす団変数集合が与えられた時に，それを含む特別な団を得る」ことになるが，団代数側にはねじれ類に対応するものがなく自然な半順序が得られないため，別の方針で類似を定義しなければならない．そこで，C 行列を用いた定義を考える．τ 傾ペア (M,P) には，n 個の**ブリック**と呼ばれる加群 $B_1,\dots,B_n$ が付随していることが知られているが，これらのブリックの次元（縦）ベクトルに適切に符号 $\pm$ を付けたものを横一列に並べたものを $C_{(M,P)}$ とする．このとき以下が成立する．

定理 1 ([Tre19])**.** 【研究計画】(1) で与えた τ 傾ペアと団の間の全単射において，τ 傾ペア (M,P) に対応する団を $\mathbf{x}_t$ とすると，$C_t = C_{(M,P)}$ が成立する．

この事実は，多元環の表現論において C 行列に相当する不変量がこの $C_{(M,P)}$ であることを示している．ここで，(N,Q) の Bongartz 補完 (M,P) は $C_{(M,P)}$ を用いた次のような特徴づけを持つことが申請者らの現在進行中の研究により判明している：

定理 2. (M,P) が (N,Q) の Bongartz 補完であることと $C_{(M,P)}$ の (N,Q) 以外の直既約成分に対応する列ベクトルの成分が全て非負であることは同値．

そこで，次の形で団代数版の Bongartz 補完を定めるのが妥当であると考える．

定義 3. 団の部分集合をなす団変数の集合 X に対して，X を含む団 $\mathbf{x}_t$ であってその C 行列 C_t の X に対応しない列ベクトルの成分が全て非負であるようなものを **Bongartz 補完**という．

これに関して，以下の問題の解決に取り組む．

問題 4. (1) 任意の団の部分集合 X に対して Bongartz 補完 $\mathbf{x}_t$ が一意的に存在するか？
(2) X を含む団全体の中で X の Bongartz 補完が最大となるような $\mathcal{A}$ の団全体の半順序が定まるか？
(3) X の Bongartz 補完 $\mathbf{x}_t$ の X を用いた具体的な表示を与えることはできるか？

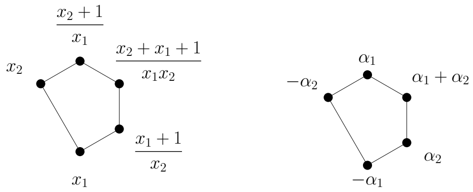
これらは多元環の表現論の Bongartz 補完については全て肯定的に解決している問題である ([AIR14])．多元環の表現論においては，これらの性質を用いることにより様々な問題が解決されている現状がある．問題 4 を解決することにより，**多元環の表現論で使用されている Bongartz 補完を使ったテクニックを団代数に持ち込むことができ，団代数の他分野への応用の幅が広がる**と考えている．

2. ルート系・鏡映変換と団代数の関係性の研究： 本研究においては以下の課題にも取り組む．

課題．ルート系と鏡映変換の概念を，団代数の枠組みで一般化する．

まずは，団代数とルート系の関わりについて説明する．団代数 $\mathcal{A}$ において，$\mathcal{A}$ の各団変数を頂点，団を極大単体とする単体複体を $\mathcal{A}$ の**団複体**という．例えば,【研究計画】(1) で例として挙げた団代数の団複体

は次の図の左にあるような 5 角形の外骨格と考えることができる．団代数が有限型，つまり変異によって現れる団変数が有限個である場合，この団代数や団複体は単純 Lie 代数の分類などに現れる結晶ルート系と良い対応があることが知られている．これを説明する．結晶ルート系 Φ に対して，正ルート全体と負の単純ルート全体の和集合 $\Phi_{\geq -1} = \Phi^{+} \cup (-\Pi)$ を**概正ルート系**と呼ぶ．



この概正ルート系には**整合性次数**という関数 $(- \parallel -)\colon \Phi_{\geq -1} \times \Phi_{\geq -1} \to \mathbb{Z}_{\geq 0}$ が鏡映変換を用いて定められている．この次数が互いに 0 であるような $\Phi_{\geq -1}$ の部分集合を単体とするような単体複体を**一般結合多面体**という．A_2 型の概正ルート系から定まる一般結合多面体は，右上図の右の図のように，上の例の団複体と同じ形をしていることが見てとれる．一般に，次の定理が成り立つことが知られている．

> **定理 5** ([FZ03])**.** 任意の有限型団代数の団複体は，ある結晶ルート系の概正ルート系から構成される一般結合多面体に単体複体として同型である．さらに，この同型写像は概正ルート系と団変数の間の全単射対応 $\alpha = \sum d_i \alpha_i \leftrightarrow x = \frac{(x_1,\ldots,x_n\text{の多項式})}{x_1^{d_1}\cdots x_n^{d_n}}$ を与える．ただし α_i は単純ルートである．

実は，ここで与えられた d_i を縦に並べたベクトルは【研究計画】(1) で紹介した D 行列の列ベクトル（d ベクトル）となっている．よって，以下のような全単射関係が成立している．

$$\boxed{\textbf{概正ルート}} \xleftrightarrow{\;1:1\;} \boxed{d\,\textbf{ベクトル}} \xleftrightarrow{\;1:1\;} \boxed{\textbf{団変数}}$$

この対応により団変数は概正ルート系の元と同一視することができ，この同一視により団変数の間には整合性次数が定まる．つまり，団複体は有限型の場合に「整合性次数が互いに 0 である団変数の集合を単体とする単体複体」という形で構成することが可能となる．しかし，この構成法は結晶ルート系と対応を持っている有限型の場合しか実現できない．そこで申請者は，F **行列**を用いて整合性次数を団代数の枠組みで定義することで，**有限型で定められていた整合性次数の一般の場合への拡張を行った**（p.8, 研究業績 4）．ただし，古典的な整合性次数は一部の整合性次数を定めた後に他の場合を鏡映変換を用いて帰納的に定義しているのに対して，F 行列を用いた定義では最初から全ての団変数の組に対して次数を定めているため，単純な比較ができない．そこで，次のような問題を考える：

> **問題 6.** F 行列を用いて定義された整合性次数を古典的な場合と同様の流儀で再定義できないか？また，そのような定義において，鏡映変換にあたる変換はどのような変換か？

この問題を解決することにより，鏡映変換側の情報の一般化，例えば**鏡映群の元の「長さ」に対応する団代数側の不変量が何か**，ということなども判明すると思われる．それによって，**ルート系と鏡映変換において使えるテクニックを，団代数を介して様々な分野に応用する**ことが期待できる．

3. 行列，ベクトル族自体の性質の解明： 他分野との関係性の研究と並行して，行列自体の性質についても解明していく．次の問題を考える．

> **問題 7.** X を C, G, F, D のいずれかとする．X 行列は団に付随して決まるものであるが，逆に X 行列が一つ与えられたとき，その行列が付随している団を一意的に決定できるか？

4 つの行列族のうち，C 行列，G 行列については [Nak20], D 行列については [CL18] によりこの問題は解決されている．一方，F 行列については申請者の論文（p.8, 研究業績 2,3）によって一部の場合には解決されているが，一般の場合にはまだ未解決であり，反例も見つかっていない．F 行列が団を決定するということがわかれば，F 行列が団の本質的な情報を持っていることになり，この行列を考える重要性がより高まることになる．

（研究の特色について） この研究の特色として，F **行列の導入**が挙げられる．F 行列は比較的最近になって定義されたため（2018 年），この行列についての研究はまだあまりない．また F **行列を定義したのは申請者自身**であり，定義されてからの約 3 年間それについての研究を行ってきている経緯から，現時点では**申請者が F 行列研究の第一人者である**ことも特筆すべき点である．

参考文献

[AIR14] T. Adachi, O. Iyama, I. Reiten, Comp. Math. **150** (2014), 415–452.
[CL18] P. Cao, F. Li, J. Algebra, **493** (2018) 57–78.
[Nak20] T. Nakanishi, J. London Math. Soc. **103** (2021), 1120–1152.
[Tre19] H. Treffinger, J. Pure Appl. Algebra **223** (2019), 2382–2400.

(3) **受入研究室の選定理由**※各事項の字数制限はありませんが、全体で１頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

採用後の受入研究室を選定した理由について、次の項目を含めて記入してください。

① 受入研究室を知ることとなったきっかけ、及び、採用後の研究実施についての打合せ状況

② 申請の研究課題を遂行するうえで、当該受入研究室で研究することのメリット、新たな発展・展開

※ 個人的に行う研究で、指導的研究者を中心とするグループが想定されない分野では、「研究室」を「研究者」と読み替えて記入してください。

受け入れ先教員である伊山先生は多元環の表現論とその周辺分野の専門家であり，団代数分野と関連する業績としては団代数の圏化である団圏における変異の概念を導入した [IY08, BIRS09]，団圏の特別な対象と台 τ 傾加群の間の対応を与える論文 [AIR14] が代表的な業績として挙げられる．これらの論文によって，それまで様々な形で繋がりが示唆されていた傾理論における変異と団代数における変異の間に完全な対応が与えられ，多元環の表現論と団代数理論の間の結びつきがより強固なものとなった．

申請者の研究課題のうち，団代数の多元環の表現論の間の応用を探るものについては，[AIR14] の論文が研究の起点となっている．伊山先生は数年前まで申請者と同じ名古屋大学に所属しており，直接の指導教員等になったことはないものの，申請者の研究内容について議論したり助言をいただいたりするなどの交流があった．東京大学に移られてからも引き続き同様のことを行なっており，特に p.8 にある研究業績 6. については，論文を書くにあたり内容を含め様々な提案，助言をいただいている．

以上の経緯から，伊山先生は現時点で申請者がもっとも信頼を置く研究者の一人である．採用後は，団代数に関する様々な応用を模索していく中で特に多元環の表現論の応用についてはこれまでと同じように伊山先生と連携して問題の解決にあたっていく他，その他の応用についても広く取り組んでいく旨を確認した．

伊山先生のもとで研究を行うメリットとして，多元環の表現論の様々な知識，考え方を持つ伊山先生と共に問題解決にあたることで，団代数と多元環の表現論の関わり合いについて**申請者個人が独力で取り組むよりも豊かな結果を得ることが期待できる**点がある．申請者は団代数理論を軸としている研究者であるため，多元環の表現論についての知見についてはそれを専門としている伊山先生には及ばない面がある．一方で，団代数理論側では，伊山先生がカバーしていない部分の知見を申請者が持っていることがある．このような**専門領域の差異は，研究活動を行なっていく上で非常に有効に作用する**と思われる．具体的には，申請者個人では気づき得なかった団代数の特性や，伊山先生が見過ごしていた多元環の表現論における新たな展開を拾い上げる可能性がある．また，団代数理論を仲介することによって，多元環の表現論と他分野をつなぐ興味深い結果を得る可能性がある．以上のことから，申請者が伊山先生のもとで団代数やその周辺分野について研究を行うことにより，申請者と伊山先生の双方の研究に非常に大きな利益をもたらすことが予想される．

また，伊山先生が受け入れる他の学生や院生とも協力し知識を共有することで，将来的に多元環の表現論についての研究と団代数研究の間の研究を行う研究者が増え，一層この 2 つの間の関係についての研究が盛んになることが予想される．また，団代数の他の応用を介すことで，例えば整数論，ルート系，結び目，双曲幾何と多元環の表現論の関わりについても様々な知見が深まり，伊山先生，申請者，および伊山先生周辺の関係者の全員に恩恵がもたらされることが期待できる．

参考文献

[BIRS09] A.B. Buan, O. Iyama, I. Reiten and J. Scott, Comp. Math. **145** (2009), 1035–1079.

[IY08] O. Iyama and Y. Yoshino, Invent. Math. **172** (2008), 117–168.

３．人権の保護及び法令等の遵守への対応 ※本項目は１頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

本欄には、「２．研究計画」を遂行するにあたって、相手方の同意・協力を必要とする研究、個人情報の取り扱いの配慮を必要とする研究、生命倫理・安全対策に対する取組を必要とする研究など法令等に基づく手続が必要な研究が含まれている場合に、どのような対策と措置を講じるのか記入してください。例えば、個人情報を伴うアンケート調査・インタビュー調査、国内外の文化遺産の調査等、提供を受けた試料の使用、侵襲性を伴う研究、ヒト遺伝子解析研究、遺伝子組換え実験、動物実験など、研究機関内外の情報委員会や倫理委員会等における承認手続が必要となる調査・研究・実験などが対象となりますので手続の状況も具体的に記入してください。

なお、該当しない場合には、その旨記入してください。

該当なし.

4．【研究遂行力の自己分析】※各事項の字数制限はありませんが、全体で２頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

本申請書記載の研究計画を含め、当該分野における(1)「研究に関する自身の強み」及び(2)「今後研究者として更なる発展のため必要と考えている要素」のそれぞれについて、これまで携わった研究活動における経験などを踏まえ、具体的に記入してください。

(1) 研究に関する自身の強み

• 研究分野の現状を把握したうえで，研究対象のどこに着目すべきかを的確に判断できる

申請者が博士前期課程のときに執筆した最初の論文

1. S. Fujiwara and Y. Gyoda, *Duality between final-seed and initial-seed mutations in cluster algebras*, SIGMA, **15** (2019), 040, 24pages

は，F 行列という団代数における新しいツールを定義し，その性質について調べた論文である．この行列は過去の団代数研究においては見過ごされていた不変量であったが，この研究によりその重要性が初めて明らかにされた．現在，F 行列の研究は申請者の行なっているものだけにとどまらず徐々に広がりを見せている．例として，点付き曲面における交点数との関連が [Y19] によって明らかにされたり，写像類群の研究 [IK21] の中で不等式評価に利用されたりしている．申請者は，この結果を理由として**博士課程前期修了時に所属の研究科から『多元数理論文賞』を授与されている**．このように，申請者には研究分野の現状を的確に把握し，新たな展開を生む力が備わっている．

• 一貫したテーマを設定し，それに基づいて確かな研究結果を残すことができる

申請者は研究を開始した博士前期課程 2 年から現在までの約 3 年間で，1. の論文を含めて，3 本の査読済み論文を含む 6 本の論文を発表している．

2. Y. Gyoda and T. Yurikusa, *F-matrices of cluster algebras from triangulated surfaces*, Ann. Comb. **24** (2020) 649–695.
3. Y. Gyoda, *Relation between f-vectors and d-vectors in cluster algebras of finite type or rank 2*, Ann. Comb. (2021) online first, DOI:10.1007/s00026-021-00527-6.
4. C. Fu and Y. Gyoda, *Compatibility degree of cluster complexes*, 2019. preprint, arXiv: 1911.07193 (現在 Ann. Inst. Fourier において revise 審査中)
5. Y. Gyoda, *Cluster duality between Calkin-Wilf tree and Stern-Brocot tree*, 2020. preprint, arXiv: 2009.06473 [math.NT]
6. Y. Gyoda, Positive cluster complexes and τ-tilting simplicial complexes of cluster-tilted algebras of finite type, 2021. preprint, arXiv: 2105.07974 [math.RT]

このうち，1.〜5. の論文は,「F 行列を定義し，性質を調べまたその応用を考える」という一貫した目的のもとで書かれており，ここに申請者の「実現が可能と予想される計画を立て，それを遂行する」能力が表れていると言える．また，4. はルート系や鏡映変換と，5. は整数論と，6. は多元環の表現論と団代数の間の関係に関する論文となっており，現在採択されている学振 DC2 の計画内容に沿った内容でありながら，本研究の足がかりとなる重要な論文でもある．このことから，申請者は既に次の研究の研究計画についても見据えた上で，計画的に研究を行なっていることがわかる．

• 国内外の研究者と協力して問題を解決できる

申請者は**「数学は人類が一丸となって解決していくべき課題である」**という信念を持っており，そのために自分が得た知見は秘匿せず積極的に周囲の人と共有することが多い．その結果，共著が多くなる傾向がある．実際，発表した 6 本の論文のうち 3 本は共著論文である．この 3 本の共著論文は全て申請者の「F 行列の性質の解明と応用」というテーマに沿っていることを踏まえると，申請者は**自分の研究に周りの研究者を巻き込み，彼らと協力して問題解決に取り組むことのできる**研究者であるといえる．さらに，この事実は**他の研究者にとっても申請者の研究が興味深いものであること**も示している．

また，4. は四川大学の Fu 副教授との国際共著論文である．これは，申請者が国内外問わず，言語の壁をも超えて様々な研究者と交流し研究を進めていることの証左である．申請者は常日頃からメールなどの手段を用いて盛んに周辺分野の研究者とコミュニケーションをとっており，Fu 副教授との共著論文もそのようなやりとりの中で生まれたものである．これらの事実から，申請者が高いコミュニケーション能力を有し，それを研究に生かしていることが見てとれる．**なお，申請者はこれらの研究業績が評価され，博士後**

期課程在籍 2 年で博士（数理学）の学位を早期取得している．

• 様々な分野の研究者との交流を積極的に行うことを厭わない

申請者は自分の周辺分野だけでなく，他の分野の様々な研究者とも交流を行なっている．2020 年度は，以下の研究集会で講演を行った．

7. Y. Gyoda, *Compatibility degree of cluster complexes*（ポスター発表), The McKay correspondence, mutation and related topics, オンライン, 2020 年 8 月
8. 行田康晃，団複体の整合性次数，日本数学会 2020 年度秋季総合分科会，熊本大学，日本，2020 年 9 月
9. Y. Gyoda, *Exchangeability property of cluster structures* (Research snapshot), International Conference on Representations of Algebras 2020, オンライン, 2020 年 10 月
10. 行田康晃，*Positive cluster complex and tau-tilting complex*, 東京名古屋代数セミナー，オンライン，2020 年 10 月
11. 行田康晃．Calkin-Wilf tree と Stern-Brocot tree の双対性，第 4 回数理新人セミナー，オンライン，2021 年 2 月
12. 行田康晃．Calkin-Wilf tree と Stern-Brocot tree の双対性，第 17 回数学総合若手研究集会～数学の交叉点，オンライン，2021 年 3 月

上記にある通り，専門分野の集会以外にも日本数学会の年会や秋期分科会，若手の研究者が集まる「数理新人セミナー」や「北大総合若手研究集会」などの研究集会に積極的に参加して広い範囲の研究者との交流を図っている．特に,「数理新人セミナー」は 2019 年度には運営委員長を務めるなど，そのような場を運営する側としても積極的に活動している．このように**様々な人と円滑に交流することができ，またそれを厭わない姿勢を持っている**点も，研究を遂行する上での申請者の 1 つの強みである．

(2) 今後研究者として更なる発展のため必要と考えている要素

• より広範な数学の知識

自身のメインテーマとする団代数の研究においてその応用は多岐にわたっている．その性質上，団代数を介した，数学の分野と分野をつなぐ架け橋となるような大きな仕事も考えられるが，それを成し遂げるためには現状よりも様々な分野の広い知識と考え方を身につけなければならない．さらに，広い知識をつけることによる利点はそれだけにとどまらず，他の研究者とのコミュニケーションにおいても双方多大な利益を上げることができるうえ，自分自身の研究課題の選択肢も大きく広がることが期待される．具体的な学習内容としては，団代数が盛んに応用されている領域である双曲幾何学や，整数論にまつわる様々なアプローチ方法についての学習が目下必要とされており，長期的な視点では代数幾何学，結び目理論．ゲージ理論，微分方程式論などの学習に取り組んでいく必要があると考えている．

• 教育者としての視点

数学を扱う人材の育成は，これからの数学界，科学界，日本社会全体の発展に不可欠であり，これは数学の専門家たる申請者の使命であると考えている．また，これらの発展により研究者の数学に対する理解度も底上げされていき，最終的に申請者自身が研究する上での利益にもつながると考えている．申請者は過去に大学内のイベントにおいて一般の高校生や社会人を対象にした市民講演を行うなどアウトリーチにも意欲的に参加している他，授業のティーチングアドバイザーや学部生の自主ゼミのオブザーバを務めるなど，積極的に教育活動に関わってきたが，これからも様々な形でこれらの活動に関与していくことになることが予想される（特に教員という立場になればなおさらである）．その際に,「どのようなことを，どのような形で伝えれば数学という学問を魅力的に思ってもらえるか？」といったことや,「学部生が学ぶような事項を，どのような順序，組み立て方で教えていけばより理解が深まるだろうか？」といった部分について常に考えていく必要がある．これらの問題は研究の際に自分の考えを他の研究者に伝える際にも重要であると考えている．この問題に，自分なりの答えを見つけ，実践していくことが研究者としての発展には不可欠である．

参考文献

[IK21] T. Ishibashi, S. Kano, Geom. Dedicata. (2021), online first.
[Y19] T. Yurikusa, Electron. J. Comb. **26** (2019) P2.33

５．【目指す研究者像等】 ※各事項の字数制限はありませんが、全体で１頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

日本学術振興会特別研究員制度は、我が国の学術研究の将来を担う創造性に富んだ研究者の養成・確保に資することを目的としています。この目的に鑑み、(1)「目指す研究者像」、(2)「目指す研究者像に向けて特別研究員の採用期間中に行う研究活動の位置づけ」を記入してください。

(1) 目指す研究者像 ※目指す研究者像に向けて身に付けるべき資質も含め記入してください．

申請者は，**様々な研究者との交流を積極的に行うことで，分野横断的な研究成果を生み出す研究者**を目指している．今日の数学は，代数，幾何，解析といった各分野が相互に影響しあって理論が構築されている．例えば申請者の団代数理論という研究領域においては，多元環の表現論やトーリック幾何の道具を用いて団代数の重要な問題が解決されたり，あるいは逆にこれらの分野へ団代数が応用されたり，ということが現に起こっている．よって，分野を問わず様々な研究者と意見交換を行い，自身の研究分野に関連づけて考察を試みることは研究を進める上で非常に有用な手段である．そのためには，現在研究している団代数理論の周辺の知識以外にも，様々な分野の数学に精通している必要がある．また，将来的には数学の枠組みを超え，物理学や生物学との関わりについても探っていきたいと考えている．そのために，数学に限らず，様々な学問に興味を持ち，学んでいく姿勢が必要である．

また，申請者は**次の世代を担う人材の教育に力を入れる研究者**を目指している．数学はこれからの社会における重要な基盤である．そのため，数学を研究する専門家である申請者にとって，様々な人に数学の良さや必要性を伝え，学生を相手に数学を教えていくことは１つの使命であると考えている．そのためには，汎用性の高い学部生レベルの数学から自分が専門とする研究レベルの数学まで，今一度きちんと理解し直した上で，どのような構成，どのような形式で伝えていけば聞き手の興味を引いたり深く本質的な理解を得ることができるかということを検討していく必要がある．

(2) 上記の「目指す研究者像」に向けて，特別研究員の採用期間中に行う研究活動の位置づけ

本研究では，団代数とその周辺分野，特に多元環の表現論やルート系などとの関わりについて研究を進めていく．団代数は様々な分野の現象を統一的に記述するハブ的な役割を持っているという一面を考えると，これらの研究は上記で挙げた**分野横断的な研究成果を生み出すための準備**であると捉えることができる．また，様々な分野への応用を考えることから，応用先の分野の勉強も同時並行で行なっていくことになり，これにより様々な分野の数学に精通するという目標にも近づくことになる．そして，本研究で設定されている課題を達成するためには，受け入れ先教員の伊山先生を始め，様々な研究者との交流が必要不可欠であり，この研究を通して様々な研究者との新たな繋がりができることが予見される．様々な研究者との分野を超えた協力は，分野横断的な研究成果を生み出すことを達成するためには必要不可欠なことであり，本研究はその基礎づくりに貢献する一面も持っている．

また，本研究は団代数の新たな応用先を模索するという目標も設定されている．他分野と団代数の新たな繋がりを発見するためには，団代数をよく知らない他分野の研究者にも団代数理論の考え方を知ってもらい，他分野において高い専門性を有する彼ら独自の視点から団代数とのつながりを考えてもらうことが有効な手段の１つであると考えている．そのためには，まず申請者が団代数を他分野の研究者に紹介する必要があるが，その際に団代数について正確に理解してもらうことや，魅力的な研究対象であると思ってもらうことが不可欠である．そのために，申請者自身が団代数やその周辺分野のことについてきちんとした理解を得られていることを再確認し，これらの理解を相手にどのように伝えていくかということに対して慎重に検討していく必要がある．この「知っている事実を再確認し，他の人に受け入れてもらうために話す内容の構成を検討し，実際に伝えていく」という作業は，先述の「分野横断的な研究成果を生み出す」という目標の他に，**「教育に力を入れる研究者」**という研究者としての目標を達成するためにも非常に重要な位置付けにあると考えている．